Modelo Didáctico del Razonamiento Matemático en Estudiantes de Nivel Secundaria

Xochitl Vanessa Domínguez León
Luis Adolfo Torres González

Universidad Iberoamericana León
Blvd. Jorge Vértiz Campero No. 1640, Col. Cañada de Alfaro CP 37238, León Gto., México
xochitl.vanessa@iberoleon.mx, adolfo.torres@iberoleon.mx

RESUMEN

Un buen Proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PEA) en matemáticas, es fundamental para que el ser humano desarrolle procesos lógicos de pensamiento, capacidad crítica y mejore su crecimiento personal. Las técnicas didacto-pedagógicas basadas en significados favorecen e incrementan las habilidades y razonamiento matemático asociándolo a la vez con la realidad cotidiana.

Para esta investigación se revisaron publicaciones que analizan las dificultades de los alumnos al incursionar el estudio del álgebra, diseñando prácticas de laboratorio matemático, basadas en una actividad de acercamiento a la precisión del lenguaje algebraico, su significado y la conceptualización visual. En el desarrollo de la didáctica se puso especial interés en la interrelación entre la comprensión conceptual, la destreza procedimental y aplicabilidad, creando un modelo didáctico sencillo que favorezca el desarrollo lógico-matemático

Palabras Clave: lenguaje algebraico, modelo, didáctica, significado.

ABSTRACT

Didactic Model of Mathematical Reasoning in Secondary School Students

A successful Teaching-Learning Process (TPL) in Mathematics is fundamental for the human being to develop logical reasoning, critical thinking skills and personal growth. From such premise and from the analysis of the difficulties students face when venturing into the study of Algebra, a course was designed using several pedagogical techniques and didactic base don meanings to increase mathematical reasoning skills by associating, such meanings with everyday reality. The practices in the Mathematical Laboratory approached the accuracy o algebraic language, its meaning, and its visual language; special interest was placed in the development of didactics methods to elicit an interrelation of conceptual understanding, procedural dexterity and applicability of mathematical tolos, in order to create a simple model that favors the achievement of the objective; “to develop Mathematical logic”.

Keywords: Algebraic language, model, didactic, significance

INTRODUCCIÓN

Menos del 1% de los alumnos mexicanos de 15 años logran alcanzar los niveles de competencia matemática más altos, según la referencia del examen PISA 2012. Estos alumnos de más alto rendimiento obtienen el mismo puntaje que un alumno promedio en Japón (539 puntos) [1].

Cuando decimos que los estudiantes poseen competencia matemática nos referimos a que son capaces de analizar, razonar y comunicar de forma eficaz; a la vez plantear, resolver e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, de probabilidad o de otro tipo. Esta competencia tiene que ver con la capacidad para identificar y entender la función que desempeña la matemática en el mundo, emitir juicios fundados, utilizar y relacionarse con la matemática de forma que pueda satisfacer las necesidades de la vida diaria de un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Esta investigación promueve una didáctica matemática basada en significados para la comprensión de los conceptos, contribuyendo en el desarrollo de las competencias en los estudiantes. Se diagnosticó los saberes previos de los alumnos (cuantitativo) y las expectativas de la materia (cualitativa), se aplicó la didáctica algebraica en el grupo experimental, y por último se analiza y contrasta los resultados de la evaluación final, implementados en los dos grupos, control y experimental.

ANTECEDENTES

El concepto a analizar en esta investigación es el razonamiento lógico, en el que varios autores han hecho referencia. Uno de ellos es Gardner con su teoría de las inteligencias múltiples, en donde se encuentra la inteligencia lógica-matemática que tiene la capacidad para identificar modelos abstractos, en el sentido estrictamente matemático, calcular numéricamente, formular y verificar hipótesis, utilizar el método científico y los **razonamientos** inductivo y deductivo [10].

Otro autor es Piaget, que nos habla de estadíos, el último de estos es llamado operatorio formal, que es adquirido en adolescentes a partir de los doce a quince años, corresponde con el **razonamiento** científico. Los jóvenes tienen las herramientas suficientes para solucionar problemas de **lógica**. Ya no requieren elementos concretos para razonar, por lo tanto, su razonamiento se basa en posibilidades (lógica) y probabilidades, al mismo tiempo que combina distintos razonamientos. Pueden trabajar con símbolos que pueden significar muchas cosas a la vez [3].

Según el sistema educativo vigente en México, se utiliza el concepto de competencia matemática para hablar de cada uno de estos aspectos; pero también entran en juego las actitudes y los valores. [21]

Los criterios para la enseñanza de las competencias que se tomarán en cuenta para la didáctica algebraica son los comprendidos en el texto de Antoni Zabala: El primer criterio es la significatividad; en donde se va a conectar de forma significativa y funcional los contenidos nuevos, nivel de desarrollo potencial, en secuencia con los previos, nivel de desarrollo real, relacionando las habilidades actuales de los estudiantes y su potencial llamado como Zona de Desarrollo Próximo [25].

El segundo criterio nos habla de la complejidad, es decir, tanto la programación como las didácticas o temáticas deben estructurar sus contenidos de aprendizaje, en función de una realidad cercana al alumnado en las que se contemplen todos los factores y variables que intervienen en ella.

El tercer criterio es de carácter procedimental; este criterio está basado en el **saber hacer**. Los alumnos poseen esquemas de pensamiento aprendidos anteriormente y deben ser capaces de elegir y adecuar estratégicamente, el o los esquemas a la problemática real.

Por último, el cuarto criterio está constituido por el aprendizaje parcial e integral de sus componentes que son: factuales, conceptuales, procedimentales y actitudinales. La enseñanza de los factuales son ejercicios de repetición, asociación y por significado según la complejidad, para los contenidos conceptuales se exigirán las condiciones expuestas en el apartado sobre la significatividad, así como los procedimentales ya vistos en el criterio anterior, por último, las actitudes en donde el profesor debe ser el modelo coherente a seguir por el alumnado. Todo esto integrado y ligado con la reflexión, así como la participación de cada uno de los alumnos bajo el cumplimiento de normas establecidas para una convivencia sana [2].

A continuación, se describen las cuatro competencias matemáticas, cuyo desarrollo es importante durante la Educación Básica:

- **Resolver problemas de manera autónoma.** Quiere decir que los alumnos puedan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; problemas que tengan solución única, varias soluciones o ninguna solución; problemas que sobren o falten datos; problemas que permitan que los alumnos sean los que cuestionen. Permitiendo que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, y así reconocer cuáles son más eficaces.

- **Comunicar información matemática.** Consiste en la habilidad de expresar, representar e interpretar información matemática contenida en una situación o fenómeno. Comprender y emplear diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; exponer con claridad las ideas matemáticas encontradas; clasificar la información obtenida e inferir propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
- **Validar procedimientos y resultados.** Consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos utilizados y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el **razonamiento** deductivo y la demostración formal.
- **Manejar técnicas eficientemente.** Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación, que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Esta competencia no se limita a la habilidad para realizar algoritmos, sino al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema. Para lograr el manejo eficiente de una técnica es necesario que los alumnos la sometan a prueba en muchos problemas distintos; así adquirirán confianza en ella y la podrán adaptar a nuevos problemas [21].

Para efectos de esta investigación, se tomarán en cuenta las últimas dos competencias matemáticas mencionadas; la competencia de “Validar procedimientos y resultados”, que proporciona el razonamiento necesario para que los estudiantes justifiquen sus métodos y técnicas, así como sus respuestas. Y la competencia de “Manejar técnicas eficientes” que, por medio del conocimiento del significado de las operaciones, podrán elegir la técnica más apropiada para la situación presentada, así mismo, se utilizará el eje de "Sentido numérico y pensamiento algebraico", que alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

Teniendo este mismo problema en diferentes países del mundo, se tomó como referencia algunas investigaciones que dan alusión al tema, como es la de Palarea Medina con su publicación titulada "La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación", mostrando los errores más comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años [14].

Castro Figueroa con su artículo "El Laberinto de las matemáticas", expone el fenómeno cultural viendo las matemáticas como un fantasma y el estudiante se ve obligado a una lucha continua por librarse de ella, heredando esta perspectiva de una generación a otra.

Esta problemática ha hecho que algunos maestros opten por enseñar procesos formalmente eficaces, pero que no son otra cosa que repeticiones de memoria. Otros profesores enseñan a resolver lo que se llaman "problemas tipo", haciendo que los estudiantes **mecanicen** y pasen los exámenes porque se enfrentan a preguntas similares, de manera que los padres, docentes y alumnos se hacen a la idea de que estos últimos aprenden matemáticas, cuando lo que se hace es ir matando la esencia de esta disciplina [13].

Rodríguez Ruiz habla de "realidad exterior modelada", definiendo las matemáticas como una simbolización adecuada para construir un lenguaje que represente alguna situación problemática y las soluciones encontradas, en un principio ayudaba únicamente a entender la multiplicidad con la aritmética y a resolver la dificultad del espacio con la geometría, posteriormente entra el álgebra, cálculo, probabilidad y estadística, etc. Al fin de cuentas es una herramienta que nos ayuda a entender más el mundo exterior y no para complicarlo como la mayoría lo cree [12].

Núñez Malherbe enseña que primeramente hay que dar las bases teóricas, posteriormente, mientras que con los ejercicios se obtiene una interiorización y automatización de las habilidades, con los problemas se obtiene la formación de capacidades en el orden intelectual [14].

Ballén Novoa con su propuesta “Didáctica al álgebra a través de la geometría”, ayuda a fortalecer el paso del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico por medio de la geometría, permitiendo dar significado al concepto de variable, a las expresiones algebraicas y a las operaciones básicas [11].

Sierra Tortosa con su artículo “Didáctica del Álgebra” presenta la importancia del álgebra en el currículo de matemáticas en la Educación Secundaria, centra la significancia de una metodología adecuada para que la enseñanza del álgebra sea motivadora para los alumnos y alumnas, ofreciendo diferentes recursos que podemos utilizar para romper con el tópico de que el álgebra es una disciplina “difícil” [14].

Küchemann (1981) presenta una de las dificultades más frecuentes que tienen los alumnos al enfrentarse con el tema de álgebra, siendo este el mal uso y significación que poseen las letras, considerando que álgebra significa únicamente cambiar los números por letras, lo que es necesario no solamente cambiar los símbolos, sino, que se produzca un cambio en su significado [18].

Duval (1993) propone que para que un objeto pueda interiorizarse debe reunir diversas representaciones del mismo [20].

Socas (1998) manifiesta la necesidad de introducir el paso del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico por medio de un Sistema de Representación Visual Geométrico SRVG y un Sistema de Representación de Equilibrio por Balanza SREB [14].

METODOLOGÍA

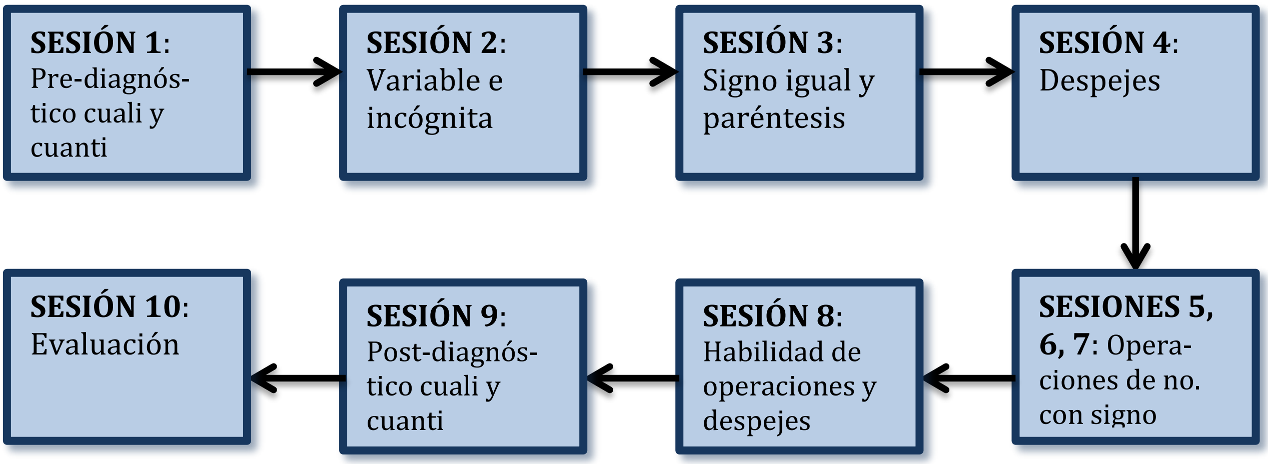
Partiendo de la hipótesis: “El diseño y uso de técnicas didácticas apropiadas incrementa el razonamiento lógico-matemático en alumnos de primero de secundaria”, se diseñó una metodología cuasi-experimental aplicada a dos grupos seleccionados, uno de control y otro experimental; se utilizaron cuestionarios, observación registrada en diario de campo, audio-grabación de las sesiones y pruebas escritas.

Los grupos estaban conformados por jóvenes de 13 a 14 años, hombres y mujeres de primer año de secundaria, y el docente frente a grupo quien es el mismo para ambos debido a la facilidad de implementación de la investigación. El lugar donde se llevó a cabo fue en el Colegio Miraflores de León, Gto.

Con el fin de transformar las condiciones didácticas y mejorar la calidad educativa en el aprendizaje del álgebra, se programó la implementación del modelo didáctico con enfoque en competencias para el cuarto bloque en el grupo experimental, que corresponde para el mes de marzo-abril del 2015, fecha en que está asignado el tema de operaciones de números con signo, introducción al álgebra, según el currículo de la SEP. Al grupo control no se le dio ninguna intervención sino la que corresponde a su escolaridad y nivel dentro del instituto.

Este diseño didáctico es comprendido por 10 sesiones (Imagen 1), las cuales consisten en abordar la enseñanza-aprendizaje en una propuesta que integra contextos numéricos y geométricos, con énfasis en el significado y los sistemas de representación, es decir, una perspectiva semiótica al lenguaje algebraico, sin dejar a un lado el factor afectivo, por ello, se elabora un pre y post cuestionario cualitativo y cuantitativo para registrar las emociones y el conocimiento adquirido del álgebra.

Imagen 1. Dosificación de la planeación



Por medio de figuras geométricas se enfatiza la ubicación de las variables y/o incógnitas y la diferencia entre las dos, resaltando el significado de ambas.

Se introduce el paso del leguaje aritmético al algebraico por medio de SRVG y SREB destacando el significado del signo " = " y " () ", e iniciando el procedimiento del "despeje" .

Para que los alumnos pudieran operar dentro de las ecuaciones, fue necesario incluir el tema de números con signo positivo y negativo en cada una de las operaciones básicas; suma, resta, multiplicación y división, iniciando el tema con la identificación de números con signo negativo en su vida cotidiana y posteriormente con ayuda de la recta numérica se empezó a hacer operaciones de una manera visual y significativa, mostrando el comportamiento de los signos en cada una de las operaciones básicas. Finalmente se hicieron algunos ejercicios en una representación algebraica formal y después algunos cuadros mágicos para que la enseñanza del álgebra sea motivadora para los alumnos [14].

Para concluir esta implementación, se realizó un diagnóstico cualitativo, para saber cuáles eran los temas que no habían quedado claros, y conocer las emociones que se generaron en este curso.

Después de la intervención, todos los alumnos, tanto del grupo control como el experimental, fueron evaluados en las variables de interés. Siendo éstas el razonamiento en el proceso de resolución de ecuaciones, por medio de la justificación de algoritmos utilizados y la explicación de la resolución de operaciones. Es decir, la explicación clara y concisa de los pasos y técnicas usadas para la solución de ecuaciones algebraicas de primer grado.

La variable dependiente es el nivel de logro para realizar operaciones básicas (multiplicación, división, suma y resta) de números con signo positivo y negativo, dentro de una ecuación para, posteriormente, simplificar y obtener el valor de la incógnita. De tal forma que puedan explicar el por qué de cada paso o procedimiento que se va realizando.

La variable independiente es el diseño de la didáctica algebraica con los temas de: incógnita y variable; signo igual y paréntesis; despejes y operaciones de números con signo.

RESULTADOS

El proceso de evaluación dirigido en el grupo experimental, es el desarrollo de las competencias que fueron registradas por medio de la resolución de tareas, retos, desafíos y situaciones de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de expresiones y ecuaciones algebraicas. Para finalmente hacer un análisis comparativo de los datos adquiridos en la evaluación final, implementados en el grupo control y experimental. Con el propósito de identificar si había diferencias significativas en el rendimiento de ambos grupos.

Para facilitar el análisis de los datos, se clasificaron en dos categorías: las conceptuales (**CC**), que analiza la parte de la interpretación y comprensión del significado de los signos, letras y expresiones algebraicas; y las operacionales (**CO**), a las que se le asignan cuatro subcategorías;

CO1: Realizar operaciones básicas de números con signo positivo y negativo.
CO2: Resolución de ecuaciones tipo x + a = b, en la que se necesiten los conocimientos de suma y resta algebraica para su resolución
CO3: Resolución de ecuaciones tipo ax = b, en la que se necesiten los conocimientos de multiplicación y división algebraica para su resolución
CO4: Resolución de ecuaciones tipo ax + b = c, en la que se necesiten las operaciones básicas algebraicas para su resolución

Donde “x” es la incógnita a despejar, “a”, “b” y “c” son números conocidos.

El diagnóstico de saberes previos sirvió para tener la seguridad de los conocimientos ya adquiridos que poseen los alumnos, y de esta manera re-construir la didáctica para que a partir de estos puedan construir los nuevos conceptos, resultando como fortalezas la realización de operaciones básicas con números enteros y fraccionarios y el conocimiento de áreas y perímetros. Las debilidades a trabajar fueron el uso de los paréntesis, identificación de potencias y jerarquía de operaciones.

Este tema es desconocido para los estudiantes, pero al mismo tiempo conocido en el factor emocional, ya que se rumora de generación en generación como un tema complicado provocando un rechazo, tomando en cuenta este factor se realizó un diagnóstico cualitativo con varias preguntar abiertas.

Primero se les preguntó qué creen que sea el álgebra, respondiendo la mayoría como únicamente números y letras, siendo éste uno de los errores más comunes [18].

Posteriormente, se les preguntó cómo consideran el tema, y como se esperaba, la mayoría sintieron temor calificándolo como difícil.

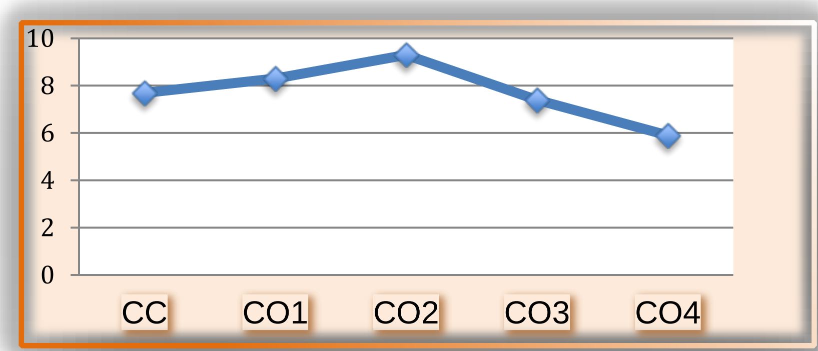
Y por último, a pesar de este fenómeno cultural, se encontró con la sorpresa de que, cerca de la mitad del grupo tenía buena disposición y casi la otra mitad tenía la esperanza y confianza en el maestro para romper con este fenómeno.

Después de la implementación de la didáctica algebraica, nuevamente se les hizo las mismas dos primeras preguntas, y la concepción fue muy diferente en cada una de ellas. En la primera, casi ¾ de los alumnos, consideran el álgebra como algo más complejo, con muchos más elementos incluidos, describiéndola como un idioma matemático.

En la segunda, casi la mitad percibió el tema confuso, pero al mismo tiempo, opinaron que no era tan difícil como lo creían, y la tercera parte lo sintió fácil, lo cual, estas emociones fueron muy distintas a las que iniciaron el curso.

En seguida se muestra la valoración de resultados del grupo experimental (ver gráfica 1):

Gráfica 1. Resultados del grupo experimental



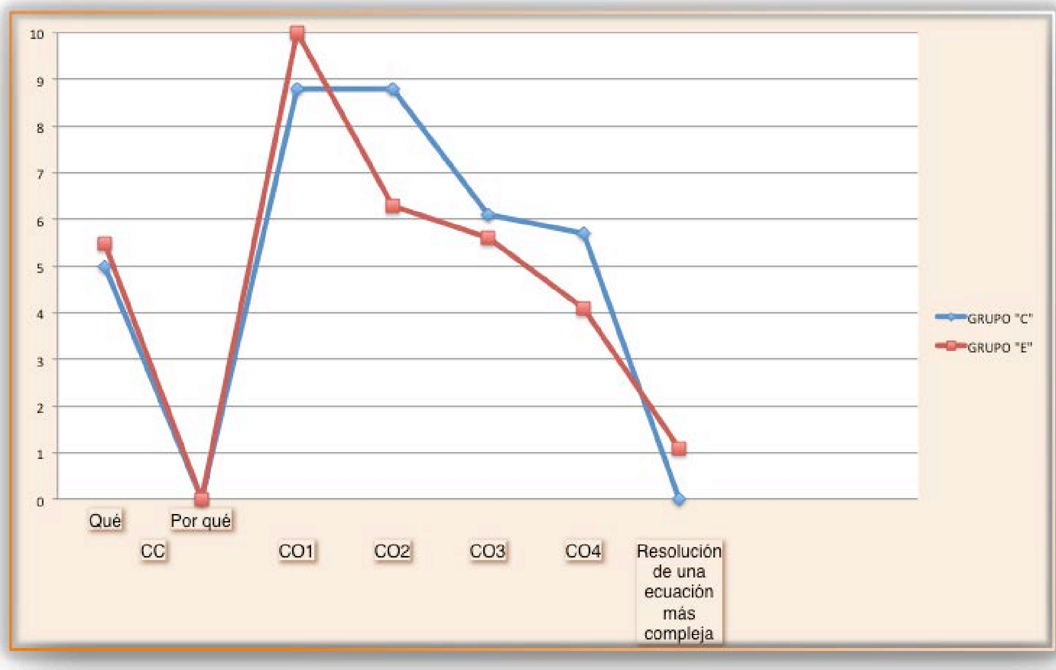
En la categoría CC, relacionado al aspecto conceptual, tiene una media de 7.7, éste es el nivel adquirido, por los estudiantes, indicando el conocimiento del significado del signo igual y la comprensión de expresiones algebraicas compuestas por incógnitas, paréntesis y números con signo negativo y positivo. Logran relacionar aquellas expresiones algebraicas que fueran iguales, aunque no visualmente similares.

La categoría CO1 tuvo una media de 8.3, mostrando la capacidad para resolver operaciones de números con signo.

Por último, las categorías CO2, CO3 y CO4, obtuvieron las medias: 9.3, 7.4 y 5.9 respectivamente, en la resolución de la categoría CO2 carecía de procedimiento, es decir, se contesto sin una técnica confiable, se hizo a prueba y error, y la mayoría lo logró porque la ecuación es la representación más sencilla, esto explica cómo, conforme van complejizándose las representaciones de las ecuaciones, se complica la resolución de las mismas.

En el análisis comparativo del grupo control y grupo experimental (gráfica 2) se mostró que, en los dos grupos, la mitad de los estudiantes lograron interpretar los pasos establecidos para la solución de una ecuación, pero ninguno pudo validar los procedimientos.

Gráfica 2. Análisis comparativo del grupo control y grupo experimental.



En la categoría CO1, tuvo una ventaja considerable el grupo experimental sobre el grupo control, esto quiere decir que se dominó la técnica para resolver operaciones de números con signo. Aunque, posteriormente, en la resolución de ecuaciones tipo (CO2, CO3 y CO4), el grupo control toma ventaja y pareciendo que el grupo control tiene la comprensión de este procedimiento, no logra resolver una última ecuación más compleja, y el grupo experimental, que había quedado por debajo del control, sí hubo tres personas que lograron obtener el valor de la incógnita con un procedimiento valido, y un alumno más, quedó muy cerca de conseguir el resultado.

CONCLUSIONES

Una de las diferencias más importantes entre el grupo control y el experimental es que este último alcanzó a comprender el despeje, siempre y cuando la ecuación fuera sencilla, es decir, logró identificar lo que se hacía y por qué se hacía en cada paso del despeje de una ecuación resuelta previamente. Por lo contrario, el grupo control solo mecanizó según el tipo de ecuación a resolver, es por esto que, al momento de tener una ecuación más compleja, no se logró contestar.

La última ecuación de la evaluación contenía todas las categorías vistas por separado, aunque sí hubo muchos intentos, solo pocos alumnos del grupo experimental pudieron resolver acertadamente, esto se debió a dos factores: primero, y el más común, no se simplificó la expresión algebraica adecuadamente a causa de carecer de conocimientos acerca de las propiedades y jerarquía de operaciones, y segundo, faltó interiorizar el significado del signo igual, continúan adquiriendo la representación aritmética del signo.

Ajustando estos dos factores de manera que se incluyan los temas de jerarquía y propiedades de las operaciones, y más representaciones visuales del signo “=”, probablemente se pudiera obtener una mejoría más significativa en los resultados.

Finalmente, cabe mencionar que, a pesar de que hubo confusión en las últimas sesiones, hubo una gran disposición por parte del alumnado, en todo momento, logrando romper con el paradigma de que la matemática es difícil, ya que a pesar de reconocer que no quedó claro algunos aspectos, aceptaron muchos de ellos que el álgebra es fácil.

BIBLIOGRAFÍA

[1]http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

[2] Zabala A., Arnau Belmonte, L. (2007) "11 ideas clave: cómo aprender y enseñar competencias", Barcelona: Graó, capítulo 7.

[3] https://psicologiaymente.net/desarrollo/etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget

[4] Delors, J. (1996.): "Los cuatro pilares de la educación" en *La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI*, Madrid, España: Santillana/UNESCO. pp. 91-103.

[5] Sergio Tobón, "Aspectos básicos de la formación basada en competencias" Talca: Proyecto Mesesup, 2006, pp. 6-16

[6] Perrenoud, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. *Revista de Tecnología educativa*, *14*(3), 503-523.

[7] Siemens, G., & Fonseca, D. E. L. (2004). Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital. *Recuperado el*, *15*.

[8] Corral Ruso, R. (2001). El concepto de zona de desarrollo próximo: una interpretación. *Revista cubana de psicología*, *18*(1), 72-76.

[9] Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*.

[10] Gardner, H. (2005). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*.

[11] Ballén Novoa, Javier Orlando (2012). Álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Bogotá, Colombia.

[12] Rodríguez Ruiz, Enrique J. (2003) "Las matemáticas y su enseñanza, los retos y perspectivas". En Renglones, revista del ITESO, núm.54: El laberinto de las matemáticas. Tlaquepaque, Jalisco: ITESO.

[13] Castro Figeroa, Abel R. (2003) "Más que un problema de números". En Renglones, revista del ITESO, núm.54: El laberinto de las matemáticas. Tlaquepaque, Jalisco: ITESO.

[14] Arreguín Pérez, José Eulalio (2012). “Matemáticas 1”. México: Ediciones Larousse, S.A. de C.V., primera edición, pp. 94-97, 122-125, 158, 159.

[15] Sampieri (2003). “Metodología de la investigación”, Mc Graw Hill, México.

[16] http://www.terra.es/personal8/ebarcodi/index.htm

[17] Baldor, Aurelio Dr. (2015). Algebra de Baldor, México: Patria, capítulo 1-5.

[18] Küchemann D. (1980). “The understanding o Generalised Arithmetic (Algebra) by secondary School Children”, PhD. Thesis, Universidad de Londres.

[19] Rvta. Interuniversitaria de Formación del Profesorado, n.32, mayo/agosto 1998, pp. 73-86

[20] Duval, Raymond, (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo
del pensamiento. En Hitt, F. (Ed), Investigaciones en Matemática Educativa II.

Grupo Editorial Iberoamérica, México.

[21] Programa de estudio 2011 guía para el maestro. Educación Básica Secundaria. Matemáticas. Primera edición electrónica, 2011 D. r. © Secretaría de Educación Pública, 2011,México, D. F.

[22] Palarea Medina, ma. De las Mercedes(1999). “ La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación”. Números, revista de didáctica de las matemáticas, volumen 40, pp.3-28

[23] Paenza, Adrián (2005). “Matemática… ¿Estás ahí? Sobre números, personajes, problemas y curiosidades” Argentina: Siglo XXI Editores Argentina S.A.

[24] Soto Apolinar, Efraín. (2005). “Los números y sus propiedades básicas”. Chetumal, Quintana Roo, México. Versión electrónica. Primera edición. Academia Gauss.

[25] https://www.actualidadenpsicologia.com/que-es/zona-desarrollo-proximo/